Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

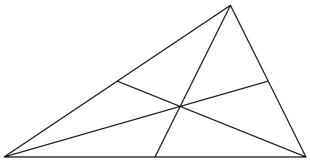
Alexander Bobenko
Yuri Suris
Felix Günther

Mathematischer Wettbewerb für die Zirkel der Klasse 9
Schuljahr 2016/2017

Matboj 2016.

Aufgabe 1.

Die Seitenhalbierenden eines Dreieckes zerlegen das Dreieck in sechs Teildreiecke. Beweist, dass all diese Dreiecke denselben Flächeninhalt haben!

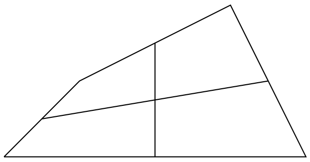


Aufgabe 2.

Findet alle zweistelligen Zahlen A, die gleich der Summe ihrer Quersumme Q_A und des Quadrates ihrer Quersumme sind, also für die $A = Q_A + Q_A^2$ gilt. Begründet, weswegen es keine weiteren solcher Zahlen geben kann.

Aufgabe 3.

Gegeben sei ein konvexes Viereck. Die beiden Strecken, die gegenüberliegende Seitenmittelpunkte miteinander verbinden, zerlegen das Viereck in vier Teilvierecke. Zeigt, dass es möglich ist, diese Teilvierecke so neu zusammenzusetzen, dass ein Parallelogramm entsteht.



Aufgabe 4.

Je zwei Menschen können sich entweder mögen oder hassen. Zeigt, dass es unter den sechs Feldspielerinnen einer Handball-Mannschaft stets drei gibt, die sich untereinander alle mögen oder sich untereinander alle nicht ausstehen können. Stimmt diese Aussage auch für die fünf Feldspielerinnen eines Basketball-Teams?

Aufgabe 5.

Ist es möglich, ein 8×8-Schachbrett nur mit T-Steinen und einem einzigen 2×2-Stein vollständig und überlappungsfrei zu überdecken? Falls ja, gebt eine solche Überdeckung an; falls nicht, beweist, dass es nicht möglich ist.

Aufgabe 6.

Auf einer Tafel stehen die Zahlen von 1 bis 2016. Nun werden solange nacheinander zwei Zahlen durch ihre Differenz ersetzt, bis am Ende nur noch eine Zahl auf der Tafel steht. Ist diese Zahl gerade oder ungerade? Eure Antwort ist zu begründen.